Curso sobre Estrellas Variables: Lección nro. 6

Parte II

VII) Método de los Cuadrados Mínimos para él calculo de los elementos de una variable

Vamos a suponer que disponemos de una serie de fechas de máximos (mínimos) de una variable periódica y deseamos encontrar los elementos: periodo y fase inicial, que mejor representen esa serie de observaciones.

Sean X_i los instantes de máximos (mínimo) observados de una variable, y sean T_i los correspondientes calculados mediante una expresión de esta forma:

$T_i = T_o + i.P$ siendo T_o la fase inicial y P el periodo.

Debido a que la variable no es estrictamente periódica y a errores de observación, habrá diferencias:

$\Delta\, i = T_i - X_i = T_o + i.P - X_i$

Aceptando que estas diferencias se distribuyen al azar, podemos aplicar el Principio de Legendre; o sea que tomaremos como valores más aceptables de T_o y P aquellos que hagan mínima la suma de los cuadrados de las diferencias mencionadas:

$\Sigma(\Delta i)^2 = \Sigma\,(T_o + i.P - X_i)^2 = \text{mínimo}$

Para que se cumpla esta condición es necesario que las derivadas parciales primeras respecto de T_o y P sean nulas:

$$\frac{\partial \Sigma(\Delta i)^2}{\partial T_o} = \Sigma\, 2\,(T_o + i.P - X_i) = 0$$

$$\frac{\partial \Sigma(\Delta i)^2}{\partial P} = \Sigma\, 2\,(T_o + i.P - X_i).i = 0$$

o que es lo mismo

$$n.T_o + P.\Sigma\, i = \Sigma X_i$$

$$T_o\, \Sigma\, i + P.\Sigma\, i^2 = \Sigma\, i.X_i$$

(donde n es él numero total de máximos o mínimos de que se dispone)

ya que T_o y P son constantes respecto de la sumatoria.

Resolviendo este sistema obtenemos:

$$T_o = [\Sigma X_i)(\Sigma i^2)-(\Sigma i)(\Sigma i\ .X_i)]:[n.\Sigma i^2 - (\Sigma i)^2]$$

$$P = [n.\Sigma i.X_i) - (\Sigma i)(\Sigma\ X_i)]:[n.\ \Sigma i^2 - (\Sigma i)^2]$$

Introduciendo estos valores en $T_i = T_o + i.P$, pueden calcularse nuevos máximos o mínimos con otros valores de i (i son los ciclos).

VIII) MCM para la obtención de función magnitud vs tiempo

Ahora vamos a dar el método necesario para obtener una función polinomial que nos muestre la curva magnitud vs. tiempo de una variable.

Esto es extremadamente útil, pues usando conceptos de Análisis Matemático, podemos encontrar máximos, mínimos y puntos de inflexión de la curva.

Si tenemos después de nuestras observaciones la siguiente tabla:

J	Mag.
x_0	y_0
x_1	y_1
x_2	y_2
x_N	y_N

J: Día Juliano

Mag: Magnitud deducida

Hacemos:

$$s_k = \sum_{i=0}^{N} x_i^{K}$$

$$t_k = \sum_{i=o}^{N} y_i x_i^{K}$$

$$\begin{cases} s_0 a_0 + \ldots + s_N a_N = t_0 \\ s_1 a_0 + \ldots + s_{N+1} a_N = t_1 \\ . \\ . \\ s_N a_0 + \ldots + s_{2N} a_N = t_N \end{cases}$$

donde:

$s_0 = \Sigma x_i^0 = x_0^0 + x_1^0 + x_2^0 + \ldots$

$s_1 = \Sigma x_i = x_0 + x_1 + x_2 + \ldots$

$s_2 = \Sigma x_i^2 = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \ldots$

.

.

$t_0 = \Sigma y_i x_i^0 = y_0 x_0^0 + y_1 x_1^0 + y_2 x_2^0 + \ldots$

$t_1 = \Sigma y_i x_i = y_0 x_0 + y_1 x_1 + y_2 x_2 + \ldots$

$t_2 = \Sigma y_i x_i^2 = y_0 x_0^2 + y_1 x_1^2 + y_2 x_2^2 + \ldots$

.

.

Resolviendo mediante Cramer, por ejemplo:

$$a_i = \frac{\Delta s_i}{\Delta s}, \quad a_0 = \frac{\Delta s_0}{\Delta s}, \quad a_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta s}, \ldots, a_N = \frac{\Delta s_N}{\Delta s}$$

queda la función polinomial magnitud versus tiempo.

$$\boxed{M(T) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + \ldots + a_N T^N}$$

Con esta función podemos realizar los gráficos y el análisis matemático

Prof. Dr. Raúl Roberto Podestá
Presidente LIADA
Asesor Científico y Coordinador de Cursos.